A. 紅 3

國防大學理工學院104學年度研究所博、碩士班招生 ■博士班□碩士班 考試試題			
系(所)別：國科所機航組	考試科目：基礎學能	第1頁，共2頁	考試時間：100分鐘

一、工程數學：計算題(共10題，每題5分，共計50分)

1. 試證明 $(x+\sin y)dx+(x\cos y-2y)dy=0$ 為正合微分方程式。
   (提示：$M(x,y)dx+N(x,y)dy=0$，以 $\frac{\partial M}{\partial y}$ 與 $\frac{\partial N}{\partial x}$ 判斷是否正合)

2. 解 $(x+\sin y)dx+(x\cos y-2y)dy=0$

3. 試解微分方程 $y''+4y'+4y=xe^{-2x}$

4. 試求微分方程式之通解 $y^{(5)}-y^{(4)}-2y^{(3)}+2y''+y'-y=0$

5. 試求反拉氏轉換 $L^{-1}\left[\frac{s}{(s+1)^4}\right]$

6. 設 $\mathbf{u}=3\mathbf{i}+2\mathbf{j}-\mathbf{k}$，$\mathbf{v}=2\mathbf{i}+6\mathbf{j}+3\mathbf{k}$，試求：
   (1) $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$，(2) $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$，(3) $\mathbf{v}\times\mathbf{u}$，(4) $\mathbf{v}\times\mathbf{v}$。

7. 假設 $\mathbf{F}(x,y,z)=(yz^2-1)\mathbf{i}+(axz^2+e^y)\mathbf{j}+(bxyz+1)\mathbf{k}$ 為一保守向量場(Conservative vector field)，試求常數 a,b 之值? (提示：保守向量場為非旋場，即 Curl $\mathbf{F}=\mathbf{0}$，$\nabla\times\mathbf{F}=\mathbf{0}$)

8. 設 $A=\begin{bmatrix}-2 & 2 & -1\\ 2 & 1 & -2\\ -3 & -6 & 0\end{bmatrix}$，試求 A 之特徵值(eigenvalues)與特徵向量(eigenvectors)。

9. 試求微分方程 $2x\frac{\partial u}{\partial x}=y\frac{\partial u}{\partial y}$ 之通解。

10. 試求 $\oint_C \frac{1}{z}dz,\ C: z=e^{it},\ 0\le t\le 2\pi$

二、普通物理：問答及計算題(共10題，每題5分，共計50分)

11. 以下面兩物理量為座標軸繪曲線圖，曲線與座標軸所圍之面積表示何種物理意義？
    (a) 壓力-體積 (*P-V*)
    (b) 力-時間 (*F-t*)

12. 何謂帕斯卡原理(Pascal's principle)？請舉一日常生活中之例子以說明之。

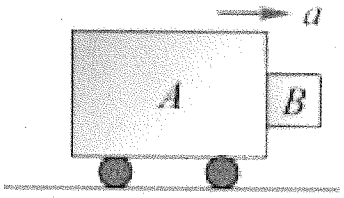
13. 何謂保守力(Conservative force)？請舉兩個例子做說明。

14. 何謂熱力學第一定律？系統與外界沒有熱交換而溫度發出變化，此情況可能發生否？請說明之。

15. 某質點在 xy 平面上運動其方程式為 $x(t) = 6t$ 及 $y(t) = 4t^2 - 8$，式中 t 以 sec(秒)計，xy 平面位移以 m 計；求 (a)質點之運動軌跡；(b) $t = 1$ sec 時質點的切線加速度為何？

16. 在一高速公路之上，若車子以 v 的時速前進則剎車後需要 L 的距離方能停住。假設同樣的條件下增加車子的時速為 $2v$，則剎車後停住的距離為多長？

17. 如圖所示，物體 B 的質量為 1 kg，小車 A 與物體 B 間的動摩擦係數為 0.2、靜摩擦係數為 0.25，求當小車的加速度為多大時物體 B 可等速下滑？



18. 你開車到本院參加考試，離開時無意間忘了關車燈。假設兩個前燈各耗電 40 W，兩個後燈各耗電 10 W，且汽車電瓶為新品，電壓為 12V，蓄電量為 40 A-h (安培-小時，電池電量 1 安培-小時代表可提供 1 安培的電流通電 1 小時)，當四個燈以並聯方式連接至電瓶，請問電瓶的電多少小時會被耗光？

19. 某員進行水下作業深潛訓練時，在某一深度 L 吸滿了氣筒中的氣體，他忘記指示以致上浮水面過程中沒有把氣吐掉，結果浮到水面時發現其肺部的氣壓高出大氣壓 9.3 kpa。請問(a)他在水中的深度 L 為何？(b)他這樣做有什麼危險？(水密度為 998 kg/m^3)

20. 一質量為 m 的質點在一垂直置放、半徑為 R 的圓形軌內面滑動，假設此軌道內面完全光滑，質點的初速恰可足夠繞行整個軌道而不致墜落，當此質點在軌道內面滑行時，請問(a)質點位於何處時，對軌道中心之角動量值為最大？(b)該點角動量之值為多少？