A. 台. 17.

國防大學理工學院104學年度研究所博、碩士班招生□博士班■碩士班 考試試題			
系(所)別：機械工程碩士班 航空太空工程碩士班	考試科目：工程數學	第1頁，共1頁	考試時間：100分鐘

計算題(共10題，每題10分，合計100分)

1. 已知 $y = c_1 + c_2\cos x + c_3\sin x$ 為微分方程式 $y'' + y' = 0$ 之通解，求滿足下列初始條件 $y(\pi) = 0,\ y'(\pi) = 2,\ y''(\pi) = -1$ 微分方程式之特解。

2. 微分方程 $(x - y\cos x)dx - (\sin x + y)dy = 0$，(1)判斷該微分方程是否為正合微分方程(Excact differential equation)，(2)求解該微分方程式之通解。

   (提示：$M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$，以 $\dfrac{\partial M}{\partial y}$ 與 $\dfrac{\partial N}{\partial x}$ 判斷是否正合)

3. 試解微分方程 $y'' + 2y' + y = x^2e^{-x}$

4. 試求拉氏轉換 $L\left\{t^2\sin t\right\}$。 (提示：$\dfrac{d^n}{ds^n}F(s) = (-1)^n L[t^n f(t)]$)

5. 令 $\mathbf{u} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + \mathbf{k}$、$\mathbf{v} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 6\mathbf{k}$，求 $\mathbf{u}$ 在 $\mathbf{v}$ 方向之投影向量 $\mathbf{w}$ 及其投影長度 l。

6. 已知函數 $f(x,y,z) = xy^2 + yz^3$，(a)求在點 $(2,-1,1)$ 沿著 $\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ 的變化率或方向導數(directional derivative)，(b)在點 $(2,-1,1)$ 的最大方向導數為何?

7. 設 $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$、$B = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$，試求一 2×3 之矩陣 C，使其滿足 $A - 2B + 3C = 0$。

8. 設 $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$，試求 A 之特徵值(eigenvalues)與特徵向量(eigenvectors)。

9. 設 $f(x) = x^2,\ -\pi < x < \pi,\ f(x) = f(x + 2\pi)$，(1)請問 $f(x)$ 為何種函數(奇函數、偶函數、非奇非偶函數)? (2)試將 $f(x)$ 表示成傅立葉級數(Fourier series)。

10. 試解微分方程 $(1 + x^2)y'' - 2xy' + 2y = 0$