國防大學理工學院103學年度博、碩士班招生 □博士班■碩士班 考試試題			
系(所)別：機械工程碩士班 航空太空工程碩士班	考試科目：工程數學	第1頁，共1頁	考試時間：100分鐘

計算題(共10題，每題10分，合計100分)

1.解 $\cos(x+y)dx+\left[3y^2+2y+\cos(x+y)\right]dy=0$

2.試求$y'''-2y''-y'+2y=0$；其中$y(0)=3,\quad y'(0)=0,\quad y''(0)=3$。

3.試求特徵值(eigenvalues)和特徵函數(eigenfunctions)：

$$y''+\lambda y=0\ ;\quad y(0)=y(2\pi),\quad y'(0)=y'(2\pi)$$

4.試求 $f(t)=e^{-2t}\int_0^t e^{2\tau}\cos 3\tau d\tau$ 之拉氏轉換(Laplace Transform)。

5.矩陣$A=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 0 & 0\end{bmatrix}$、$B=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$，試求$AB$與$BA$。

6.矩陣$B=\begin{bmatrix}3 & -1 & 1\\ -15 & 6 & -5\\ 5 & -2 & 2\end{bmatrix}$，試求矩陣$B$之反矩陣(inverse matrix)。

7.$\mathbf{F}(x,y,z)=x^2\mathbf{i}-2x^2y\mathbf{j}+2yz^4\mathbf{k}$，試求位置$(1,-1,1)$之$\nabla\times\mathbf{F}$與$\nabla\cdot\mathbf{F}$。

8.解傅立葉級數(Fourier series)：

$$f(x)=\begin{cases}0 & if \quad -2<x<-1\\ k & if \quad -1<x<1\\ 0 & if \quad 1<x<2\end{cases}$$

9.若$u(x,y)=x^3+3x^2y+axy^2+by^3$為諧和函數(harmonic function)，試求a與b之值。

10.證明：$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\cos 3x}{(x^2+1)^2}dx=\frac{2\pi}{e^3}$