國防大學理工學院101學年度博、碩士班招生□博士班■碩士班 考試試題			
系（所）別： 機械工程碩士班 航空太空工程碩士班	考試科目：工程數學	第 1 頁，共 2 頁	考試時間：80 分鐘

計算題（共計 10 題，每題 10 分，共 100 分）

1. Solve $y'' + 3y' + 2y = 30e^{2x}$
2. Using the Laplace transform, solve the initial value problem :

$$y'' + 2y' + 2y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -3$$

3. Find a unit normal vector **n** of the cone of revolution $z^2 = 4(x^2 + y^2)$ at the point P: (1, 0, 2).
4. Verify that A and $\hat{\mathrm{A}} = \mathrm{P}^{-1}\mathrm{AP}$ have the same spectrum. Here A, P are:

$$\mathrm{A} = \begin{bmatrix} 3.8 & 2.4 \\ 2.4 & 0.2 \end{bmatrix}, \quad \mathrm{P} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

5. Find the type, transform to normal form, and solve.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

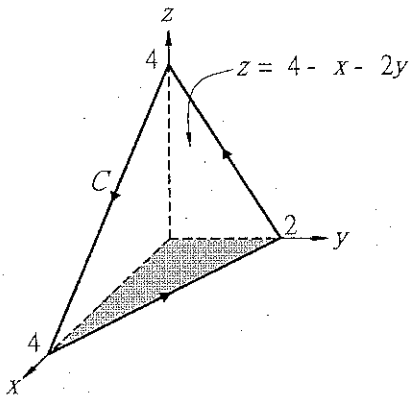
6. (a) $y(x) = x\sin(2x+1) + \ln 3x$ ，求 $\frac{dy}{dx} = ?$

   (b) $\int x^2 \ln x dx = ?$

7. 已知一力場 $\mathbf{F} = (ax\sin y + e^{3z})\mathbf{i} + (x^2\cos y)\mathbf{j} + (bxe^{3z} + 5)\mathbf{k}$，其中 a, b 爲常數。有一質點 A 的運動軌跡由 $(1,0,0) \to (1,0,1) \to (2, \frac{\pi}{2}, 1)$，而質點 B 的運動軌跡從 $(1,0,0) \to (2, \frac{\pi}{2}, 1)$ 的直線，試問(a)力場對質點 A 與質點 B 所做的功(work)相等時的 a, b 爲何? (b)滿足(a)時力場對質點 A 所做的功爲何？

國防大學理工學院101學年度博、碩士班招生□博士班■碩士班 考試試題			
系（所）別： 機械工程碩士班 航空太空工程碩士班	考試科目：工程數學	第 2 頁，共 2 頁	考試時間：80 分鐘

8. 設 C 爲 $x+2y+z=4$ 與座標平面相交的三段直線，如圖所示方向由第一卦限看逆時針環繞，力向量 $\mathbf{F}=(x+2z)\mathbf{i}+(3x+y)\mathbf{j}+(2y-z)\mathbf{k}$，計算 $\oint_C \mathbf{F}\cdot d\mathbf{r}$。



9. 週期性函數 $f(x)=|x|$，$-\pi<x<\pi$

(a)展開成 Fourier 級數。

(b)求 $S=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(2n+1)^2}=\frac{1}{1^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{5^2}+\cdots$

10. 計算 $\oint_C \frac{dz}{(z^{20}+1)(z-5)}$，其中 C 爲 $|z|=4$ 之圓。